



Übung 3

Ausgabe: 31.10.2018

Abgabe: 07.11.2018

Aufgabe 3.1.

(2 + 2 + 2 Punkte)

- Gib die (dezimale) Zahl 1000 in Binärdarstellung an! Zwischen welchen aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen liegt $\log_2 1000$? Verwende für die Antwort die Definition von $\log_2 n$, wenn n eine Zweierpotenz ist.
- In einem Kodierbaum ist ein Zeichen a mit $H(a) = 90$ auf der Ebene (Codelänge) 4, und ein anderes Zeichen b mit $H(b) = 93$ auf der Ebene 6. Wie viele Bits sparen wir in $\|\text{code}\|$ falls wir a und b im Kodierbaum tauschen?
- Zeige, dass eine symmetrische Distanzfunktion $d(i, j)$ mit $10 \leq d(i, j) \leq 20$ für alle $i \neq j$, und $d(i, i) = 0$ für alle i , eine Metrik ist.

Aufgabe 3.2. INTERVAL SCHEDULING

(4 Punkte)

Wir haben eine optimale Greedy Strategie für (ungewichtetes) INTERVAL SCHEDULING gesehen: Der Algorithmus sortiert alle Jobs aufsteigend nach Endzeitpunkt und iteriert dann in dieser Reihenfolge über alle Jobs. Ein Job wird genau dann in die Lösungsmenge aufgenommen, falls er mit keiner bereits gewählten Job kollidiert.

Untersuche, ob die folgende Variante des Algorithmus ebenfalls optimal ist:

- Sortiere zuerst die Jobs aufsteigend nach Endzeitpunkt und speichere das Ergebnis in Liste $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$.
- Sortiere dann die Jobs absteigend nach Startzeitpunkt und speichere das Ergebnis in Liste $B = [b_1, b_2, \dots, b_n]$.
- Iteriere nun abwechselnd über die Elemente der beiden Listen, d.h. betrachte die Jobs in Reihenfolge $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$

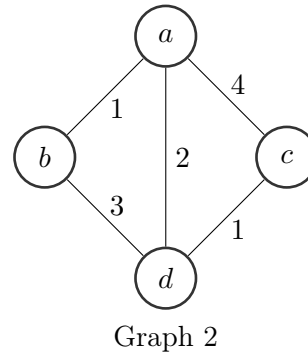
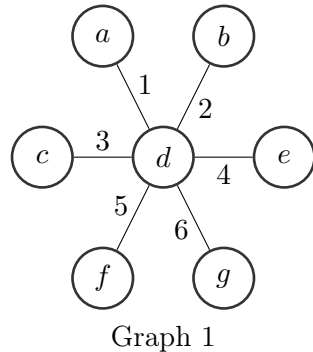
Begründe deine Antwort!

Bitte wenden!

Aufgabe 3.3.

(2 + 2 Punkte)

In den unten stehenden Graphen sei die Distanz zwischen je zwei Knoten durch die Länge eines kürzesten Weges zwischen den beiden Knoten definiert. In welchem Fall ist diese Distanzfunktion eine Metrik? Begründe jeweils deine Antwort kurz.



Aufgabe 3.4.

(4 Punkte)

Welche untere Schranke für den Approximationsfaktor des Algorithmus von Christofides kann mit Eingaben folgender Form (mit den Euklidischen Distanzen) gezeigt werden? Nimm dabei an, dass Kruskals Algorithmus die *gestrichelten* Kanten vor den *durchgezogenen* Kanten wählt. Begründe deine Antwort.

